

# 无线传感器网络中含未知输入的事件驱动状态估计器设计

谢承翰, 陆赛杰, 李云骥, 彭力

(河南大学物联网应用技术教育部工程中心, 江苏 无锡 214122)

**摘 要:** 近年来, 随着传感器和无线网络技术的发展, 基于无线传感器的新型网络化应用也应运而生。然而, 无线传感器耗能过多成为制约其发展的瓶颈。因此, 研究其节点数据传输节能问题有着巨大的实际意义, 针对一种含未知输入的离散随机系统, 结合事件驱动机制设计估计器以实现远程状态估计。相应的远程估计器满足了无偏和最小方差特性, 随后, 基于所提出的事件驱动策略判定何时发送数据, 从而减少数据传输。此外, 通过推导一类系统性能指标的上界详细推导了时间驱动策略的形式和参数, 最后, 通过数据仿真实验来验证所提方法的可行性和有效性。

**关键词:** 无线传感器网络; 未知输入; 状态估计器; 事件驱动传输策略

**中图分类号:** TP13

**文献标识码:** A

## Design of event-triggered state estimator with unknown input in wireless sensor networks

XIE Cheng-han, LU Sai-jie, LI Yun-ji, PENG Li

(Engineering Research Center of Internet of Things Technology Applications, Ministry of Education, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

**Abstract:** With the development of sensors and wireless network technology, a series of new applications based on the wireless sensor has been merged in the past decades. Too much energy consumption and over-abundant occupancy rates of bandwidth are great challenges in these new applications, thus, it is of great practical significance to study the energy saving of the data transmission among these nodes. An estimator with the corresponding event-triggered transmission scheme was investigated for a class of discrete-time stochastic systems subject to unknown input. Its features satisfied the characteristic of unbiased and minimum variance was designed and then the proposed event-triggered strategy, which decided the transfer time of the data packet, can be used to reduce the number of data transmission. Furthermore, an upper bound of system performance was derived for obtaining the parameters of event scheme in details. Finally, a numerical example was given to verify the potential and effectiveness of the proposed theoretical result.

**Key words:** wireless sensor network, unknown input, state estimator, event-triggered data transmission mechanism

### 1 引言

未知输入广泛存在于实际的控制系统中, 针对具有未知输入的系统进行状态估计是控制领域所关注的热点问题之一<sup>[1-4]</sup>。未知输入估计器在故障诊断<sup>[5]</sup>、保密通信<sup>[6]</sup>等领域中有着重要的应用。未知输入估计器设计的早期工作可以追溯到 20 世纪 70 年代<sup>[7,8]</sup>, 主要研究方向是尽量减少未知输入的

影响来设计估计器, 如文献[9]中设计的线性系统的全维未知输入估计器是通过寻找合适的矩阵来消除未知输入在设计过程的影响, 文献[10]也是避开了未知输入的影响提出了降维估计器的设计方法。在近期研究中, 文献[11]提出了对一种具有未知输入和可测噪声的 Lipschitz 非线性系统未知输入估计器设计方法。文献[12]针对一种特殊的未知输入系统提出了全维和降维估计器设计。文献[13]对同时具有未知输入和缺少测量值的系统进行估计器设计。

收稿日期: 2017-10-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61374047)

**Foundation Item:** The National Natural Science Foundation of China (No.61374047)

本文考虑的是基于无线传感器网络的背景下估计器的设计问题。近年来，无线传感器网络在智能家居、智能医疗等领域广泛应用，尽管无线传感器网络在应用中有诸多优势，但许多技术上的难题也随之出现，例如，无线传感器网络中的传感器节点的电池能量和通信能力有限。传感器和执行器通常被用来完成某些特定的任务，若所有传感器节点每次均将其最新数据发给其他节点或终端，其能量和带宽将会消耗严重。针对此问题，很容易想到减少传感器节点收发数据次数的方法。但是，传感器节点不发送数据势必会带来误差，因此，问题的关键是要在精度和资源利用率上取得折中，基于此需求，区别于普通的时间驱动机制，事件驱动机制随之被提出<sup>[14]</sup>。基于事件驱动机制的传输策略为传感器电池能耗与状态估计误差之间提供了很好的平衡。近年来，文献[15]基于事件驱动机制设计了远程状态估计器，文献[16, 17]分别基于事件驱动机制进行了状态反馈和输出反馈控制器设计。

本文的主要工作有以下 3 个方面。

1) 如图 1 所示，将事件驱动机制和估计器运用到远程状态估计中，实现在保证远程状态估计性能的基础上，减少传感器节点的数据的传输，从而达到节能和减少带宽占用的目的。

2) 对含未知输入的系统实现无偏性和最小方差的状态估计，相应的事件驱动传输机制将通过平衡远程估计器的误差和传感器电池能耗推导一类性能指标的上界所得到。

3) 为了验证基于事件驱动机制设计的估计器的有效性，进行一维目标跟踪的实验仿真。将基于此方法得到的估计状态与模拟的真实状态作效果对比。

图 1 是本文的系统框架。

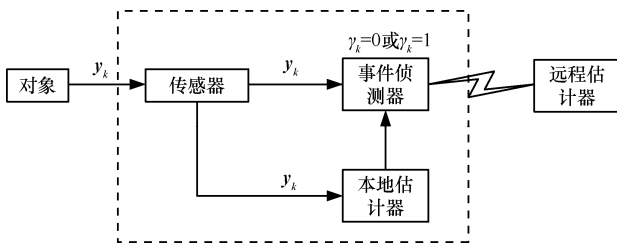


图 1 系统框架

$\mathbb{N}$  和  $\mathbb{R}$  分别表示自然数和实数集合， $R$  表示实矩阵集合， $R^{m \times n}$  表示  $m \times n$  实矩阵集合， $R^{n \times 1}$  缩写为  $R^n$ ， $R_+^{n \times n}$  和  $R_+^{n \times n}$  分别表示  $n \times n$  的半正定和正定矩阵集合， $I$  表示单位矩阵。当矩阵  $X \in R_+^{n \times n}$ ，简

写为  $X \geq 0$  (若  $X \in R_{++}^{n \times n}$ ，简写为  $X > 0$ )。对于  $X \in R^{m \times n}$ ， $X^T$  表示为  $X$  的转置矩阵， $E[X]$  表示  $X$  的数学期望， $trace(X)$  代表矩阵  $X$  的迹。

## 2 问题描述

考虑以下的离散随机系统

$$x_{k+1} = Ax_k + \omega_k + G\theta_k \quad (1)$$

$$y_k = Cx_k + v_k \quad (2)$$

其中， $x_k \in R^n$  是系统状态向量， $y_k \in R^m$  是传感器可测量量。假设常数矩阵  $A$ 、 $C$ 、 $G$  已知， $\theta_k \in R^m$  是未知输入向量，并且满足  $\|\theta_k^T \theta_k\| \leq Q_0$ 。 $\omega_k \in R^n$ ， $v_k \in R^m$  是零均值白噪声，即  $\omega_k \sim (0, Q_\omega)$ ， $v_k \sim (0, R_0)$ 。定义误差协方差  $P_k = E[(\hat{x}_k - x_k)^T (\hat{x}_k - x_k)]$ ，定义  $\gamma_k \in \{0, 1\}$  为一决策变量来确定测量值是否发送给远程估计器。

当  $\gamma_k = 1$  时考虑以下估计器形式

$$\hat{x}_{k+1} = A\hat{x}_k + K_k(y_{k+1} - CA\hat{x}_k) \quad (3)$$

当  $\gamma_k = 0$  时考虑以下估计器形式

$$\hat{x}_{k+1} = A\hat{x}_k \quad (4)$$

则估计误差为

$$\begin{aligned} e_{k+1} &= x_{k+1} - \hat{x}_{k+1} \\ &= Ax_k + \omega_k + G\theta_k - A\hat{x}_k - \gamma_k K_k(y_{k+1} - CA\hat{x}_k) \\ &= Ae_k + \omega_k + G\theta_k - \gamma_k K_k v_{k+1} - \gamma_k K_k CAe_k - \\ &\quad \gamma_k K_k C\omega_k - \gamma_k K_k CG\theta_k \\ &= (A - \gamma_k K_k CA)e_k + (I - \gamma_k K_k C)\omega_k + \\ &\quad (G - \gamma_k K_k CG)\theta_k \end{aligned} \quad (5)$$

考虑一类性能指标  $J$  在文献[18]中被提出

$$J = \limsup_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{k=0}^{T-1} E(e_k^T Q e_k + \lambda \gamma_k), \quad (6)$$

其中，误差权重  $Q > 0$ ，传输权重  $\lambda > 0$ 。

引理 1<sup>[19]</sup> 假如存在一个马尔可夫链  $z_0, z_1, \dots$  满足状态空间  $X$ ， $f: X \rightarrow R$ ， $b: X \rightarrow R$

定义

$$\bar{J} = \limsup_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{k=0}^{T-1} E(b(x_k)) \quad (7)$$

如果存在  $c \in \mathbb{R}$  满足对任意的  $x \in X$ ，有函数

$$m(x) \geq c \quad (8)$$

则

$$\bar{J} \leq \sup_{\delta \in X} (b(\delta) + E(m(x_{k+1})|x_k = \delta) - m(\delta)) \quad (9)$$

### 3 含未知输入的事件驱动估计器设计

**定理 1** 当  $\gamma_k = 1$  时, 估计器有最优  $K_k$  为

$$K_k = (CP_k^- C^T + R_v)^{-1} (CP_k^- + CGR_v (C^T)^{-1}) - G \quad (10)$$

**证明** 从无偏性和最小方差 2 个方面进行考虑。

1) 无偏性

若估计器满足无偏性, 则

$$E[\hat{x}_{k+1} - x_{k+1}] = 0 \quad (11)$$

$$E[A\hat{x}_k + K_k(y_{k+1} - CA\hat{x}_k) - (Ax_k + \omega_k + G\theta_k)] = 0 \quad (12)$$

$$E[Ae_k - \omega_k - G\theta_k + K_k(C(A\hat{x}_k + \omega_k + G\theta_k) + v_{k+1} - CA\hat{x}_k)] = 0 \quad (13)$$

$$E[(I - K_k C)Ae_k - (I - K_k C)\omega_k + K_k v_{k+1} - G\theta_k + (K_k CG - G)\theta_k] = 0 \quad (14)$$

若满足无偏性, 则需要保证

$$K_k CG - G = 0 \quad (15)$$

2) 最小方差

若估计器满足最小方差, 则  $P_k$  最小

$$P_{k+1} = E[(\hat{x}_{k+1} - x_{k+1})^T (\hat{x}_{k+1} - x_{k+1})] \quad (16)$$

$$P_{k+1} = (I - K_k C)AP_k A^T (I - K_k C)^T + (I - K_k C)Q_\omega (I - K_k C)^T + K_k R_v K_k^T \quad (17)$$

$$P_{k+1} = (I - K_k C)(AP_k A^T + Q_\omega)(I - K_k C)^T + K_k R_v K_k^T \quad (18)$$

令  $P_k^- = AP_k A^T + Q_\omega$ , 则

$$P_{k+1} = (I - K_k C)P_k^- (I - K_k C)^T + K_k R_v K_k^T \quad (19)$$

服从以下约束

$$K_k CG - G = 0 \quad (20)$$

作拉格朗日函数

$$\text{trace}(P_{k+1}) = \text{trace}((I - K_k C)P_k^- (I - K_k C)^T + K_k R_v K_k^T - 2\text{trace}((K_k CG - G)O_k^T)) \quad (21)$$

其中,  $O_k$  为拉格朗日乘子。

重写为

$$\text{trace}(P_{k+1}) = \text{trace}(K_k (CP_k^- C^T + R_v) K_k^T - 2P_k^- C^T K_k^T + P_k^-) - 2\text{trace}((K_k CG - G)O_k^T) \quad (22)$$

利用拉格朗日乘数法联立方程

$$\begin{cases} \frac{\partial \text{trace}(P_{k+1})}{\partial K_k} = 2(CP_k^- C^T + R_v) K_k^T - 2CP_k^- - 2CGO_k^T = 0 \\ K_k CG - G = 0 \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} K_k^T = (CP_k^- C^T + R_v)^{-1} (CP_k^- + CGO_k^T) \\ G^T C^T K_k^T - G^T = 0 \end{cases} \quad (24)$$

将  $K_k^T$  代入  $G^T C^T K_k^T - G^T = 0$  解得

$$O_k^T = (G^T C^T (CP_k^- C^T + R_v)^{-1} CG)^{-1} (G^T - G^T C^T (CP_k^- C^T + R_v)^{-1} CP_k^-) \quad (25)$$

将  $O_k^T$  代回方程解得

$$K_k^T = (CP_k^- C^T + R_v)^{-1} (CP_k^- + CG((G^T C^T (CP_k^- C^T + R_v)^{-1} CG)^{-1} (G^T - G^T C^T (CP_k^- C^T + R_v)^{-1} CP_k^-))) \quad (26)$$

$$K_k = ((CP_k^- C^T + R_v)^{-1} (CP_k^- + CG((G^T C^T (CP_k^- C^T + R_v)^{-1} CG)^{-1} (G^T - G^T C^T (CP_k^- C^T + R_v)^{-1} CP_k^-))))^T \quad (27)$$

### 4 事件驱动机制的设计

在这一部分, 通过引理 1 的结论来证明系统性能指标的上界从而推导出相应的事件驱动机制。

**引理 2** 假设  $A \in R^{n \times n}$ ,  $\tilde{Q} = \tilde{Q}^T > 0$ , 并且  $A^T \tilde{Q} A - \tilde{Q} < 0$ , 则存在且仅存在一个有限维常数矩阵  $M \geq 0$ , 满足

$$A^T M A - M + \tilde{Q} = 0 \quad (28)$$

**证明** 假设矩阵  $M$  满足下面的结构

$$M = \sum_{k=0}^{\infty} (A^k)^T \tilde{Q} A^k \quad (29)$$

因为  $\tilde{Q} > 0$ ,  $A^T \tilde{Q} A - \tilde{Q} < 0$ , 可以得到  $\rho(A) < 1$ , 并且  $M$  是一个有限维常数矩阵

$$M = \tilde{Q} + A^T \tilde{Q} A + (A^2)^T \tilde{Q} A^2 + \dots \geq \tilde{Q} > 0 \quad (30)$$

$$M^T = \tilde{Q}^T + A^T \tilde{Q}^T A + (A^2)^T \tilde{Q}^T A^2 + \dots = M \quad (31)$$

$$\begin{aligned} A^T M A - M &= \sum_{k=0}^{\infty} (A^{k+1})^T \tilde{Q} A^{k+1} - \sum_{k=0}^{\infty} (A^k)^T \tilde{Q} A^k \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} (A^{k+1})^T \tilde{Q} A^{k+1} - \sum_{k=0}^{\infty} (A^k)^T \tilde{Q} A^k \\ &= -\tilde{Q} \end{aligned} \quad (32)$$

由上述等式, 可得

$$M \geq 0, A^T M A - M + \tilde{Q} = 0 \quad (33)$$

为了证明唯一存在性, 假设  $M_1$  和  $M_2$  是 2 个满足  $A^T M A - M + \tilde{Q} = 0$  的不同矩阵。则

$$A^T M_1 A - M_1 + \tilde{Q} = 0 \quad (34)$$

$$A^T M_2 A - M_2 + \tilde{Q} = 0 \quad (35)$$

式(34)减去式(35)得

$$A(M_2 - M_1)A + M_2 - M_1 = 0 \quad (36)$$

对任意的  $\tilde{Q} > 0$ , 有  $A^T \tilde{Q} A - \tilde{Q} < 0$ , 因此  $M_2 - M_1 = 0$ , 即  $M_2 = M_1$ ,  $M$  的唯一性得证。

**定理 2** 给定  $Q \geq 0$ , 常数  $\lambda \geq 1$ , 假设存在一个对称矩阵  $H \geq 0$ , 变量  $\tilde{m} > 0$ , 如果满足

$$\begin{cases} \beta M + M + D^T H D - A^T H A \leq 0 \\ Q - H + A^T H A - \varepsilon M \leq 0 \end{cases} \quad (37)$$

其中

$$D = A - K_k C A \quad (38)$$

$$M = C^T (\tilde{m} I + H) C \quad (39)$$

$$\varepsilon = 1 - \text{trace}(Q_\theta G^T H G) \quad (40)$$

$$\beta = \lambda + \text{trace}(K_k^T H K_k R) - 1 - \text{trace}(H Q_\omega) + \text{trace}(I - K_k C)^T H (I - K_k C) Q_\omega > 0 \quad (41)$$

则决策变量  $\gamma_k$  满足

$$\gamma_k = \begin{cases} 0, & (y_k - C\hat{x}_k)^T (\tilde{m} I + H) (y_k - C\hat{x}_k) \leq 1 + \tilde{m} \text{trace}(R) \\ 1, & \text{其他} \end{cases} \quad (42)$$

根据引理 2,  $\tilde{m}$  是式(43)的唯一解

$$A^T C^T (\tilde{m} I + H) C A - C^T (\tilde{m} I + H) C + \frac{Q}{\lambda} = 0 \quad (43)$$

性能指标  $J$  满足

$$J \leq 1 + \text{trace}(H Q_\omega) \quad (44)$$

**证明** 选择一个函数  $m(e) = e^T H e$ , 则

$$m(e_{k+1}) = e_{k+1}^T H e_{k+1} = \begin{cases} (Ae_k + \omega_k + G\theta_k)^T H (Ae_k + \omega_k + G\theta_k), & \gamma_k = 0 \\ (De_k + (I - K_k C)\omega_k - K_k v_{k=1})^T H (De_k + (I - K_k C)\omega_k - K_k v_{k=1}), & \text{其他} \end{cases} \quad (45)$$

根据引理 1,  $m(e_{k+1})$  的期望为

$$E(m(e_{k+1}) | e_k = \delta) = \begin{cases} \delta^T A^T H A \delta + \text{trace}(H Q_\omega) + \text{trace}(G\theta_k)^T H (G\theta_k), & \gamma_k = 0 \\ \delta^T D^T H D \delta + \text{trace}(I - K_k C)^T H (I - K_k C) Q_\omega + \text{trace}(K_k^T H K_k R), & \text{其他} \end{cases} \quad (46)$$

定义  $\xi$  为

$$\xi(\delta) = b(\delta) + E(m(e_{k+1}) | e_k = \delta) - m(\delta) \quad (47)$$

则

$$\xi(\delta) - \text{trace}(H Q_\omega) = \begin{cases} \delta^T A^T H A \delta + \delta^T (Q - H) \delta + \text{trace}(G\theta_k)^T H (G\theta_k), & \gamma_k = 0 \\ \delta^T A^T H A \delta + \delta^T (Q - H) \delta + \lambda + \text{trace}(I - K_k C)^T H (I - K_k C) Q_\omega + \text{trace}(K_k^T H K_k R) - \text{trace}(H Q_\omega), & \gamma_k = 0 \end{cases} \quad (48)$$

当  $\gamma_k = 1$  时, 有  $(y_k - C\hat{x}_k)^T (\tilde{m} I + H) (y_k - C\hat{x}_k) > 1 + \tilde{m} \text{trace}(R)$ , 且

$$\xi(\delta) - \text{trace}(H Q_\omega) = \delta^T (D^T H D + Q - H) \delta + \lambda + \text{trace}(I - K_k C)^T H (I - K_k C) Q_\omega + \text{trace}(K_k^T H K_k R) - \text{trace}(H Q_\omega) \quad (49)$$

因为

$$\beta M + M + D^T H D - A^T H A \leq 0 \quad (50)$$

$$Q - H + A^T H A - \varepsilon M \leq 0 \quad (51)$$

则可得

$$\beta M + (1 - \varepsilon)M + D^T H D + Q - H \leq 0 \quad (52)$$

因为  $\varepsilon = 1 - \text{trace}(Q_\theta G^T H G) < 1$ , 则

$$\beta M < H - D^T H D - Q \quad (53)$$

$$\beta \delta^T M \delta < \delta^T (H - D^T H D - Q) \delta \quad (54)$$

因为,  $(y_k - C\hat{x}_k)^T (\tilde{m} I + H) (y_k - C\hat{x}_k) > 1 + \tilde{m} \text{trace}(R)$

$$\begin{aligned} & E\left((y_k - C\hat{x}_k)^T (\tilde{m} I + H) (y_k - C\hat{x}_k)\right) > E(1 + (\tilde{m} I + H) \text{trace}(R)) \\ & E\left((C e_k + v_k)^T (\tilde{m} I + H) (C e_k + v_k)\right) > E(1 + (\tilde{m} I + H) \text{trace}(R)) \\ & e_k^T C^T (\tilde{m} I + H) C e_k + (\tilde{m} I + H) \text{trace}(R) > 1 + (\tilde{m} I + H) \text{trace}(R) \\ & e_k^T C^T M C e_k > 1 \end{aligned} \quad (55)$$

由于  $\delta^T M \delta > 1$ ,  $\beta > 0$ , 可得

$$\beta < \delta^T (H - D^T H D - Q) \delta \quad (56)$$

即

$$\begin{aligned} & \lambda + \text{trace}(K_k^T H K_k R) - 1 - \text{trace}(H Q_\omega) + \\ & \text{trace}(I - K_k C)^T H (I - K_k C) Q_\omega \\ & < \delta^T (H - D^T H D - Q) \delta \end{aligned} \quad (57)$$

可得

$$\xi(\delta) - \text{trace}(H Q_\omega) < 1 \quad (58)$$

即

$$\xi(\delta) < 1 + \text{trace}(H Q_\omega) \quad (59)$$

当  $\gamma_k = 0$  时, 有

$$(y_k - C \hat{x}_k)^T (\tilde{m} I + H) (y_k - C \hat{x}_k) \leq 1 + \tilde{m} \text{trace}(R) \quad (60)$$

$$\begin{aligned} \xi(\delta) - \text{trace}(H Q_\omega) &= \delta^T A^T H A \delta + \delta^T (Q - H) \delta + \\ & \text{trace}(G \theta_k)^T H (G \theta_k) \end{aligned} \quad (61)$$

因为  $\|\theta_k^T \theta_k\| \leq Q_\theta$ , 式(61)满足

$$\begin{aligned} \xi(\delta) - \text{trace}(H Q_\omega) &\leq \delta^T (A^T H A + Q - H) \delta + \\ & \text{trace}(G^T H G Q_\theta) \end{aligned} \quad (62)$$

如果

$$Q - H + A^T H A - \varepsilon M \leq 0 \quad (63)$$

因为

$$\begin{aligned} & E\left((y_k - C \hat{x}_k)^T (\tilde{m} I + H) (y_k - C \hat{x}_k)\right) \\ & \leq E(1 + (\tilde{m} I + H) \text{trace}(R)) \\ & E\left((C e_k + v_k)^T (\tilde{m} I + H) (C e_k + v_k)\right) \\ & \leq E(1 + (\tilde{m} I + H) \text{trace}(R)) \\ & e_k^T C^T (\tilde{m} I + H) C e_k + (\tilde{m} I + H) \text{trace}(R) \\ & \leq 1 + (\tilde{m} I + H) \text{trace}(R) \\ & e_k^T C^T M C e_k \leq 1 \end{aligned} \quad (64)$$

即

$$\delta^T M \delta \leq 1 \quad (65)$$

所以

$$\begin{aligned} & \delta^T (Q - H + A^T H A) \delta + \text{trace}(G^T H G Q_\theta) \\ & \leq \varepsilon \delta^T M \delta + \text{trace}(G^T H G Q_\theta) < 1 \end{aligned} \quad (66)$$

即

$$\xi(\delta) < 1 + \text{trace}(H Q_\omega) \quad (67)$$

因此, 如果假设成立, 根据引理 1, 有

$$J \leq 1 + \text{trace}(H Q_\omega) \quad (68)$$

注意到

$$\begin{aligned} K_k &= ((C P_k^- C^T + R_v)^{-1} \cdot \\ & (C P_k^- + C G ((G^T C^T (C P_k^- C^T + R_v)^{-1} C G)^{-1} \cdot \\ & (G^T - G^T C^T (C P_k^- C^T + R_v)^{-1} C P_k^-)))^T \end{aligned} \quad (69)$$

然而, 在实际中, 需要每次计算, 这将对系统带来一定的计算负担, 因此, 取  $\bar{K} = \sup(K_k)$  作为离线计算值将减少系统计算量。

### 5 实验仿真

在这一部分, 通过数值仿真验证上述提到的理论结果, 考虑一类带未知输入的一维目标跟踪模型<sup>[20]</sup>为

$$\begin{cases} x_k = \begin{pmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x_{k-1} + \begin{pmatrix} T^2 \\ 2 \\ T \end{pmatrix} (\theta_{k-1} + \omega_{k-1}) \\ y_k = x_k + v_k \end{cases} \quad (70)$$

$T$  是采样周期, 取 0.5, 则

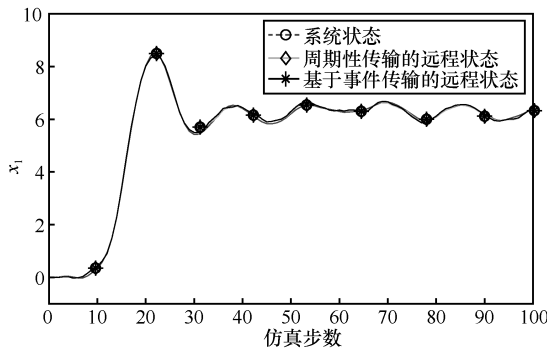
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 0.125 \\ 0.5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

选取未知输入  $\theta = \sin(0.5(x_1 + x_2))$ , 根据定理 2 的约束求得

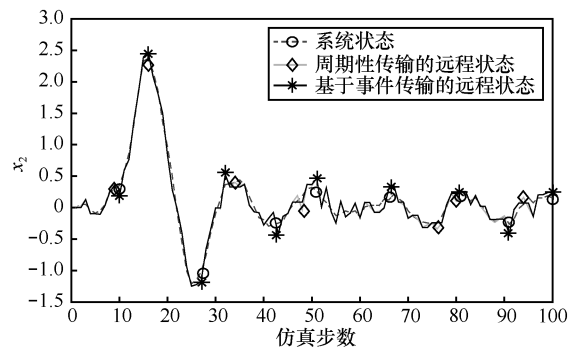
$$H = \begin{pmatrix} 1.02 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

给定初始状态  $x_0 = (0 \ 0)^T$ , 仿真步数 100。

图 2 绘制了系统状态、周期性传输的远程状态估计以及基于事件驱动传输机制的远程状态估计的对比曲线, 从图 2 可以看出, 采用了事件驱动传输机制的远程状态估计和系统状态以及周期性传输的远程状态估计之间的偏差很小, 即系统性能并未受到很大的影响。相应的事件驱动传输模态在图 3 中绘制, 反映了在整个过程中数据的实际传输情况, 在整个过程中, 传感器节点发送了 78 次数据, 通过事件驱动机制减少发送次数为 22, 即相对于周期性传输机制, 减少资源使用约 22%。图 4 绘制了周期性传输和事件驱动传输策略的蒙特卡罗均方根误差的对比曲线, 根据对比曲线可知, 相较于周期性传输机制, 基于事件驱动的传输机制的蒙特卡罗均方根误差没有明显的增大, 说明在节约资源的同时, 系统整体性能没有明显下降。



(a)  $x_1$  状态曲线



(b)  $x_2$  状态曲线

图2 状态曲线

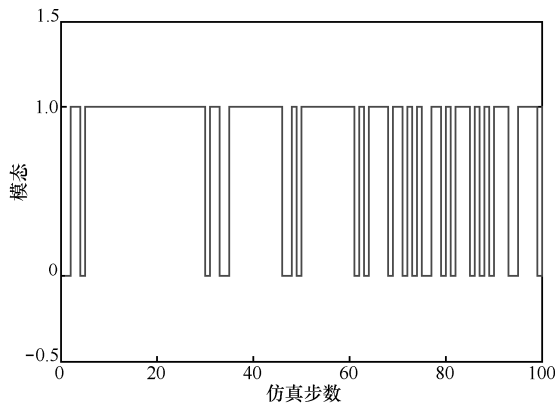


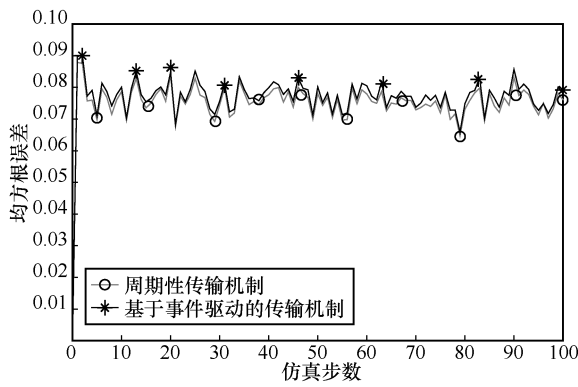
图3 事件驱动传输模态

### 6 结束语

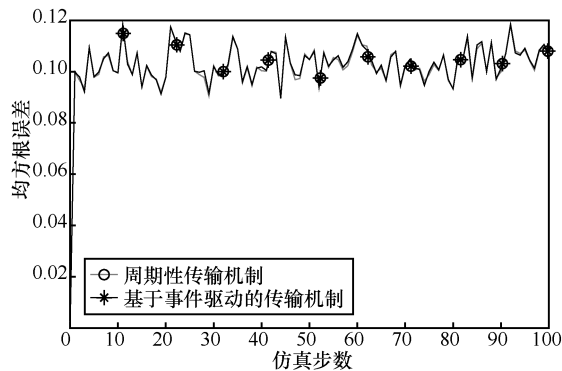
本文针对一类具有未知输入的离散线性系统，引入了基于事件驱动的传输策略并设计了满足无偏性和最小方差的状态估计器，同时为了减少系统资源的使用，引入了基于事件驱动的远程状态估计策略。通过推导一类性能指标的上界，设计了一个简单的算法计算此传输策略。

### 参考文献：

- [1] DAROUACH M, ZASADZINSKI M, XU S J. Full-order observers for linear systems with unknown inputs[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1994, 39(3): 606-609.
- [2] SUNDARAM S, HADJICOSTIS C N. Delayed observers for linear systems with unknown inputs[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2007, 52(2): 334-339.
- [3] VALCHER M E. State observers for discrete-time linear systems with unknown inputs[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1999, 44(2): 397-401.
- [4] CHADLI M, KARIMI H R. Robust observer design for unknown inputs Takagi-Sugeno models[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2013, 21(1): 158-164.
- [5] HOU M, MULLER P C. Design of observers for linear systems with unknown inputs[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1992, 37(6): 871-875.
- [6] BOUTAYEB M, DAROUACH M, RAFARALAHY H. Generalized state-space observers for chaotic synchronization and secure communication[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 2002, 49(3): 345-349.
- [7] HOSTETTER G, MEDITCH J. Observing systems with unmeasurable inputs[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1973, 18(3): 307-308.
- [8] BHATTACHARYYA S. Observer design for linear systems with unknown inputs[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1978, 23(3): 483-484.
- [9] YANG F, WILDE R W. Observers for linear systems with unknown inputs[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1988, 33(7): 677-681.



(a)  $e_1$

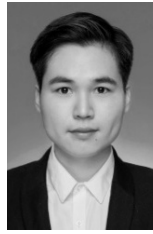


(b)  $e_2$

图4 蒙特卡罗均方根误差

- [10] SONG J L, XU K K. Design of reduced-order observers for linear systems with unknown input[J]. *Mathematics in Practice & Theory*, 2003(9): 80-84.
- [11] 杨俊起, 朱芳来. 未知输入和可测噪声重构之线性矩阵不等式非线性系统估计器设计[J]. *控制理论与应用*, 2014, 31(4):538-544.  
YANG J Q, ZHU F L. Linear-matrix-inequality observe design of non-linear systems with unknown input and measurement noise reconstruction[J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(4):538-544.
- [12] GUPTA M K, TOMAR N K, BHAUMIK S. Full-and reduced-order observer design for rectangular descriptor systems with unknown inputs[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2015, 352(3): 1250-1264.
- [13] LIU Y, WANG Z, HE X, et al. Observer design for systems with unknown inputs and missing measurements[C]//35th Chinese Control Conference (CCC), 2016: 1799-1803.
- [14] ASTROM K J, BERNHARDSSON B M. Comparison of Riemann and Lebesgue sampling for first order stochastic systems[C]//Decision and Control. 2002:2011-2016.
- [15] SHI D, CHEN T, DAROUACH M. Event-based state estimation of linear dynamic systems with unknown exogenous inputs[M]. Pergamon Press, 2016.
- [16] REIMANN S, AL-AREQI S, Liu S. An event-based online scheduling approach for networked embedded control systems[C]//American Control Conference (ACC). 2013: 5326-5331.
- [17] TALLAPRAGADA P, CHOPRA N. Event-triggered dynamic output feedback control of LTI systems over sensor-controller-actuator networks[C]//2013 IEEE 52nd Annual Conference on Decision and Control (CDC). 2013: 4625-4630.
- [18] SHI D, CHEN T, SHI L. On set-valued kalman filtering and its application to event-based state estimation[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(5):1275-1290.
- [19] BATTISTELLI G, BENAVIDI A, CHISCI L. Data-driven communication for state estimation with sensor networks[J]. *Automatica*, 2012, 48(5):926-935.
- [20] BAR-SHALOM Y, KIRUBARAJAN T, LI X R. Estimation with applications to tracking and navigation[M]. Wiley, 2001.

## 作者简介:



谢承翰 (1993-), 男, 江苏连云港人, 江南大学硕士生, 主要研究方向为事件驱动机制、远程状态估计、反馈控制等。



陆赛杰 (1992-), 男, 江苏南通人, 江南大学硕士生, 主要研究方向为无线传感器网络、远程状态估计等。



李云骥 (1991-), 男, 江苏无锡人, 江南大学博士生, 主要研究方向为无线传感器网络、远程状态估计、多跳网络等。



彭力 (1967-), 男, 河北唐山人, 博士, 江南大学大学教授、博士生导师, 主要研究方向为无线传感器网络、视觉物联网等。